

7 Hidraulica basica de los vertederos y aforadores

7.1 Introduccion

Este capítulo tiene por finalidad explicar los principios fundamentales relativos a la evaluación de las características del flujo en los vertederos y aforadores, ya que son éstas las que determinan las relaciones existentes entre la altura de carga y el caudal y el límite modular en dichos dispositivos de medida. Se da también información suficiente para calibrar, con un grado aceptable de precisión, los aforadores con casi cualquier forma de sección y como ayuda a estos cálculos se ofrece en el Capítulo 9 un programa de ordenador.

7.2 Continuidad

La Figura 7.1 muestra un tubo de corriente que es un tramo de flujo, limitado por líneas de corriente. Como, por definición, no hay flujo a través de una línea de corriente y suponemos que el agua es incompresible, el volumen de agua que entra en la unidad de tiempo por la sección 1 debe ser igual al que sale por la sección 2. Para la hipótesis de flujo constante la forma y posición del tubo de corriente no cambia con el tiempo. En estas condiciones el caudal (ΔQ) a través de una pequeña sección es igual al producto de la velocidad media, perpendicular a la sección (v), por la superficie de dicha sección (ΔA). Para las secciones transversales 1 y 2 de la Figura 7.1, resulta:

$$\Delta Q = v_1 \Delta A_1 = v_2 \Delta A_2 \quad (7.1)$$

La Ecuación 7.1 es la ecuación de continuidad, que es válida para el flujo de un fluido incompresible a través de un tubo de corriente. Si la Ecuación 7.1 se aplica a un tubo de corriente con unos límites fijos bien definidos, como ocurre en un canal abierto con flujo constante (en el que los límites del tubo de corriente son la solera del canal, los cajeros y la superficie del agua, según se muestra en la Figura 7.2), la ecuación de continuidad es la siguiente:

$$Q = v_1 A_1 = v_c A_c = \text{constante} \quad (7.2)$$

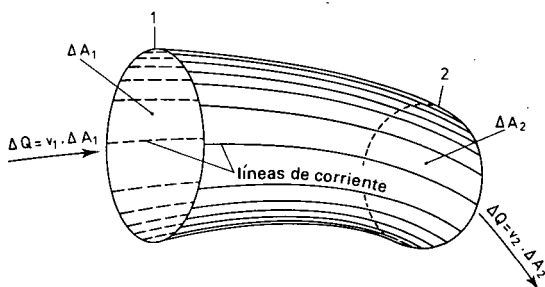


Figura 7.1 El tubo de corriente.

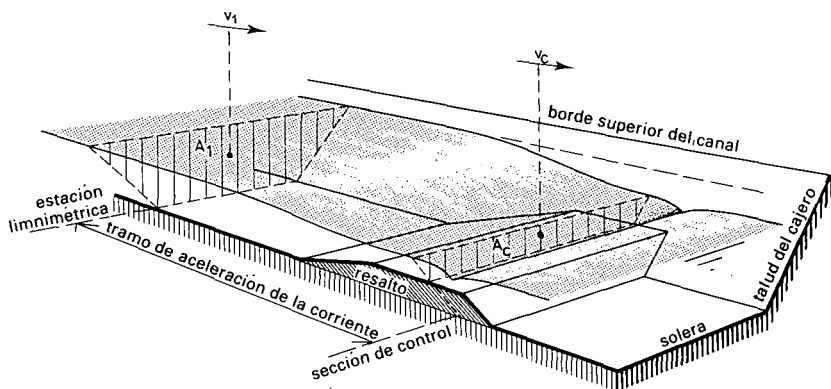


Figura 7.2 Corte transversal de la corriente por la sección de aforo y por la sección de control.

donde v_1 y v_c son, respectivamente, las velocidades medias perpendiculares a las secciones transversales A_1 y A_c .

7.3 Ecuación de Bernoulli

Cada partícula de agua tiene una velocidad real (u), una cota (Z), una presión (P), una temperatura y produce un cierto ruido. Para nuestros fines, pueden despreciarse estas dos últimas propiedades, que son intercambiables. Las otras se pueden expresar, en forma de energía, del siguiente modo:

$\frac{1}{2}\rho u^2$ = Energía cinética, por unidad de volumen

P = Energía debida a la presión, por unidad de volumen

$\rho g Z$ = Energía potencial, por unidad de volumen

donde:

ρ = Densidad del fluido

g = Aceleración de la gravedad.

La expresión de estas energías en kg/ms^2 o en Newtons/m^2 no es práctica en la ingeniería. Por esta razón generalmente se supone que la densidad es constante ($\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) y que la aceleración de la gravedad no cambia en la Tierra ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$), por lo que las expresiones anteriores de la energía se pueden dividir por ρg , expresándose entonces por unidad de peso en función de la profundidad del agua o carga (m), es decir:

$$\frac{u^2}{2g} = \text{Carga de velocidad}$$

$$\frac{P}{\rho g} = \text{Carga de presión}$$

$$Z = \text{Carga de cota}$$

En la Figura 7.3 se muestran los tres componentes de la carga de una partícula de agua situada en la posición 1.

Además de las tres cargas mencionadas, generalmente se utilizan las expresiones siguientes:

$$\frac{P}{\rho g} + Z = \text{Carga piezométrica}$$

y

$$E = \text{Carga energética total de la partícula de agua}$$

La carga energética total y la carga por elevación, Z , se refieren al mismo nivel de comparación (ver la Figura 7.3) y, por lo tanto, para la partícula de agua en la posición 1, puede escribirse:

$$E_1 = \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 + \frac{u_1^2}{2g} \quad (7.3)$$

La carga energética total de la partícula de agua en la posición 2 es igual a:

$$E_2 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \frac{u_2^2}{2g} \quad (7.4)$$

Si la distancia entre 1 y 2 es pequeña y las pérdidas de energía debidas al rozamiento y a la turbulencia son despreciables, puede suponerse que E_2 es igual a E_1 y, por lo tanto, que:

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \frac{u_2^2}{2g} \quad (7.5)$$

Hay que tener en cuenta que cada partícula de agua fluye con una velocidad diferente, (u), en cada posición y puede tener su propia carga energética. Las Ecuaciones 7.3 a 7.5 son expresiones alternativas de la conocida ecuación de Bernoulli y son válidas a lo largo de una línea de corriente.

Por definición, no existe movimiento de la partícula de agua en dirección perpendicular a una línea de corriente recta. Por tanto, la componente de su energía cinética en esta dirección es nula, mientras que sus energías de presión y potencial son independientes de la dirección de la corriente. Por esta razón la distribución de la presión en sentido perpendicular a las líneas de corriente rectas y paralelas es la misma que en el agua en reposo (Figura 7.4).

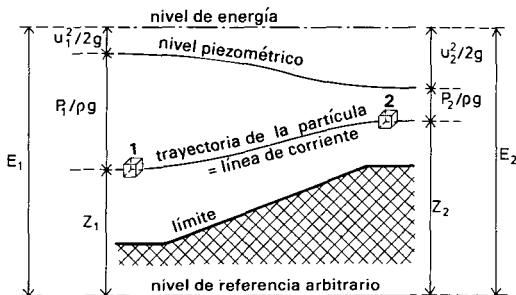


Figura 7.3 Energía de una partícula de fluido en corriente constante.

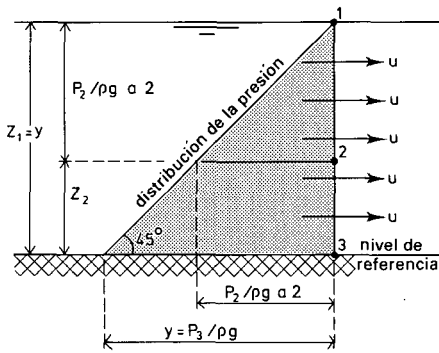


Figura 7.4 Distribución de la presión hidrostática en sentido perpendicular a las líneas de corriente, supuestas rectas y paralelas.

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 = \text{constante} \quad (7.6)$$

La presión en la superficie del agua libre de un canal abierto es igual a la presión atmosférica, que se toma como presión de referencia. Por tanto, $P_1 = 0$, mientras que $Z_1 = y$. Sustituyendo estos valores en la Ecuación 7.6 se obtiene:

$$\frac{P_2}{\rho g} + Z_2 = y = \text{constante} \quad (7.7)$$

o

$$P_2 = \rho g(y - Z_2) \quad (7.8)$$

Esta presión se puede calcular en cualquier punto y en la Figura 7.4 se muestra su variación. Esta distribución de presión rectilínea (o lineal) se llama hidrostática.

Si las líneas de corriente no son rectas, y la partícula de agua de volumen unitario sigue una trayectoria curva, de radio r , con una velocidad real, u , dicha partícula estará sometida a una aceleración centrípeta, u^2/r (ver la Figura 7.5).

Esta aceleración centrípeta siempre actúa perpendicularmente a la dirección de la velocidad y hacia el centro de curvatura. La aceleración centrípeta origina un gradiente de presión, en el que la variación de la presión, ΔP , en un incremento de la distancia radial, Δr , es igual a:

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} = \frac{\rho u^2}{r} \quad (7.9)$$

En este caso de curvatura hacia abajo, la aceleración centrípeta reduce el efecto de la gravedad y, consecuentemente, la presión es menor que la hidrostática (ver la Figura 7.6). Si se sigue la línea desde la posición 1, por la 2, hasta la 3, se observa que la pérdida relativa de energía de presión se compensa con un aumento de la energía cinética (incremento de u).

El efecto de la fuerza centrípeta en la distribución de la presión y de la velocidad, depende de la velocidad de la corriente, (u) y del radio del círculo local de curvatura de la línea de corriente, (r), en la posición considerada. Este último es especialmente difícil de medir, por lo que el cálculo del caudal en la sección de control, de 1 a 3,

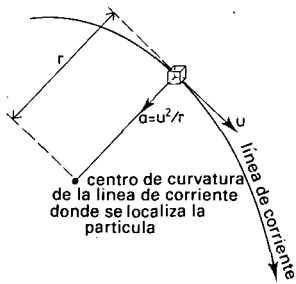


Figura 7.5 Aceleración centrípeta.

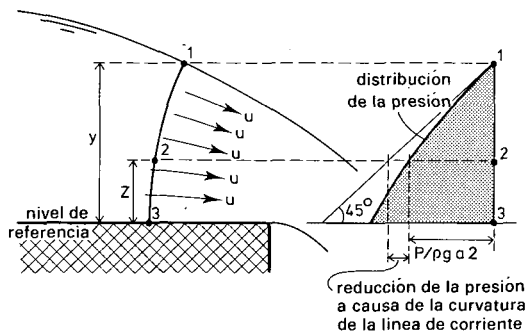


Figura 7.6 Influencia de la curvatura de las líneas de corriente sobre la distribución de la presión.

es largo e impreciso. Si una línea de corriente fuese curva como la de la Figura 7.6, y otra contigua estuviese en un plano perpendicular al papel, la red de flujo sería tridimensional y el caudal no podría calcularse con la teoría existente. Por ejemplo, este modelo de flujo se da en una sección de control y en una garganta que es corta en relación con la carga aguas arriba con respecto al resalto.

Para calcular la distribución de la presión y de la velocidad en la sección de control del aforador, la longitud de la garganta debe ser suficiente para que las líneas de corriente sean prácticamente rectas y paralelas entre sí en dicha sección. Esta condición puede suponerse si la carga aguas arriba referida al resalto es menos de la mitad de la longitud de la garganta. La influencia de mayores cargas en la relación carga-descarga y en el límite modular del aforador se mostrará respectivamente en los Apartados 7.4.3 y 7.5.

Según la Ecuación 7.3 la carga energética total de una partícula de agua puede expresarse como la suma de tres tipos de carga:

$$E = \frac{P}{\rho g} + Z + \frac{u^2}{2g} \quad (7.10)$$

Ahora se quiere aplicar esta expresión a la energía total de todas las partículas de agua que atraviesan una sección transversal completa de un canal. Entonces, se necesita expresar la carga de velocidad en función de la velocidad media de todas las partículas de agua que pasan por la sección transversal. Esta velocidad media no puede medir-

se directamente porque las velocidades no se distribuyen uniformemente sobre la sección transversal del canal. En la Figura 7.7 se muestran dos ejemplos de distribución de la velocidad para secciones de canal de forma diferente. Por tanto, la velocidad media es una velocidad calculada, que viene definida por la ecuación de continuidad:

$$v = \frac{Q}{A} \quad (7.11)$$

La verdadera carga de velocidad media, $(u^2/2g)_{\text{med}}$, no será necesariamente igual a $v^2/2g$, debido a que la distribución de la velocidad, u , en la sección transversal no es uniforme. Por esta razón se introduce un coeficiente de distribución de velocidad, α

$$\left(\frac{u^2}{2g}\right)_{\text{med}} = \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (7.12)$$

El coeficiente de distribución de velocidad es igual a 1,0 cuando todas las velocidades, u , son iguales y aumenta a medida que la distribución de la velocidad es menos uniforme. Para canales de aproximación rectos los valores de α varían de 1,03 a 1,10; para secciones de control situadas en gargantas largas el valor es menor de 1,01. Puesto que en muchos casos la carga de velocidad es pequeña en relación con la carga piezométrica, se puede utilizar un valor de $\alpha_1 = 1,04$, sin cometer un error apreciable en la determinación de la carga total. Para simplificar los ejemplos se utilizará un valor de $\alpha_1 = 1,0$ a lo largo de todo este libro, excepto en este capítulo y en el programa de ordenador con el que se calculan las tablas de aforo (ver el Apartado 9.4).

La variación de los otros dos términos de la Ecuación 7.10 depende de la curvatura de las líneas de corriente. Estas son rectas y paralelas en las dos secciones del canal consideradas, es decir, en las secciones de aforo y de sección de control. Por tanto, según la Ecuación 7.7, la suma de las cargas, por altura y por presión, es constante en todos los puntos de ambas secciones. Dicho de otro modo,

$$\frac{P}{\rho g} + Z = \text{constante} \quad (7.13)$$

para todos los puntos, tanto de la sección de aforo como de la de control y, dado que en la superficie del agua, $P = 0$, el nivel piezométrico de las dos secciones coincide con los niveles locales del agua. Según esto, para la sección de aforo, se puede escribir (ver la Figura 7.8):

$$H_1 = h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \quad (7.14)$$

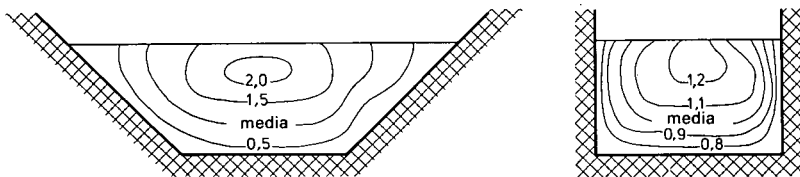


Figura 7.7 Ejemplos de distribución de la velocidad en dos secciones de canal.

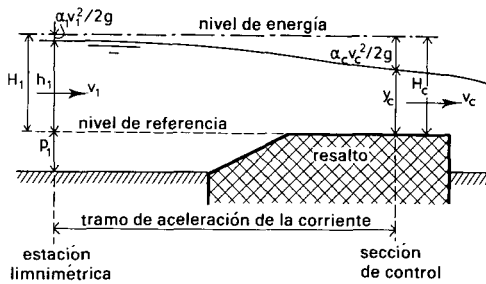


Figura 7.8 Niveles de energía en la estación limnimétrica y en la sección de control.

En la sección de control la carga total de energía es igual a:

$$H = y + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (7.15)$$

En el corto tramo de aceleración entre las dos secciones, puede suponerse que las pérdidas de energía, debidas al rozamiento y a la turbulencia, son despreciables. Por lo tanto, puede suponerse que $H_1 = H$, es decir,

$$H_1 = h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = y + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (7.16)$$

La Ecuación 7.16 es una variante de la de Bernoulli, válida para el tramo de canal descrito anteriormente (ver la Figura 7.8).

7.4 Ecuaciones de altura de carga-gasto

7.4.1 Necesidad de régimen crítico en la sección de control

En el tramo de aceleración del canal, tal como se muestra en las Figuras 7.2 y 7.8, se puede aplicar la ecuación de continuidad,

$$Q = v_1 A_1 = v A = \text{constante} \quad (7.17)$$

y también la ecuación del movimiento o de Bernoulli,

$$H_1 = h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = y + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (7.18)$$

Combinando estas dos ecuaciones se obtiene que

$$Q = A \sqrt{\frac{2g(H_1 - y)}{\alpha}} \quad (7.19)$$

en donde A , que es el área de la sección transversal de la corriente en la sección de control, puede expresarse también en función de la profundidad de agua, y . Para calcular el gasto, Q , con esta ecuación, se requiere medir los valores de H_1 y de y . Como ésto no es práctico, es preciso encontrar una ecuación que exprese y , en función de H_1 . Si en la Ecuación 7.18 se sustituye la ecuación de continuidad, se obtiene

$$H_1 = H = y + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad (7.20)$$

El segundo sumando del segundo miembro de la Ecuación 7.20 decrece al aumentar y , ya que A es función de y . Para una cierta forma de la sección de control y un gasto constante, Q , puede observarse que para cada carga, H , existen dos posibilidades de profundidad del agua (ver la Figura 7.9). Cuando la velocidad de la corriente es baja, la profundidad, y_{sub} , es grande, denominándose a este régimen, subcrítico; si la profundidad es pequeña, y_{super} , la velocidad de la corriente es alta y el flujo se denomina supercrítico.

La Ecuación 7.20 puede representarse, para un valor constante de Q , como una curva en un sistema de coordenadas, en el que la carga total referida a la solera del canal es la abscisa, y la profundidad del agua, la ordenada, según se muestra en la Figura 7.10. En esta curva pueden observarse las profundidades de agua, y_{sub} e y_{super} , de la Figura 7.9 y sus respectivas cargas de velocidad.

La carga total, medida con respecto a la solera del canal, puede ser menor que la utilizada en la Figura 7.9. Si el valor de H disminuye, la diferencia entre y_{sub} e y_{super} decrece también, hasta que coincide para el mínimo valor posible de H , lo que corresponde al punto c de la Figura 7.10.

La profundidad de la corriente en el punto c se llama 'profundidad crítica' y se representa por y_c . Todos los demás símbolos tienen también el subíndice c , si se refieren a una sección de canal en la que el flujo es 'crítico'.

Si el flujo es crítico y Q es constante, sólo existe un valor de y_c para cada valor de $H = H_c$, que puede calcularse con la siguiente ecuación de flujo crítico:

$$H_1 = H = H_c = y_c + \frac{\alpha_c A_c}{2B_c} \quad (7.21)$$

en donde:

A_c = Area mojada en la sección de control, si la profundidad de la corriente es igual a y_c

B_c = Anchura de la superficie libre del agua.

Tanto A_c como B_c vienen definidos por y_c , por lo que el flujo crítico en la sección de control se refiere exclusivamente a la carga total, H_1 . Por lo tanto, la profundidad de la corriente en la sección de control de un aforador debe ser crítica para evitar la necesidad de medirla.

En este caso la Ecuación 7.19 puede expresarse de la forma siguiente:

$$Q = A_c \sqrt{\frac{2g(H_1 - y_c)}{\alpha_c}} \quad (7.22)$$

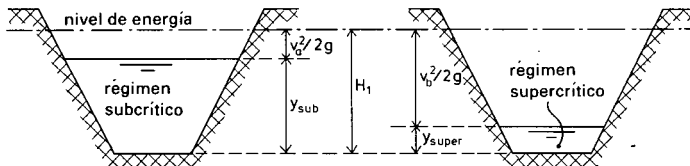


Figura 7.9 Calados alternativos para un determinado nivel de energía y un caudal constante.

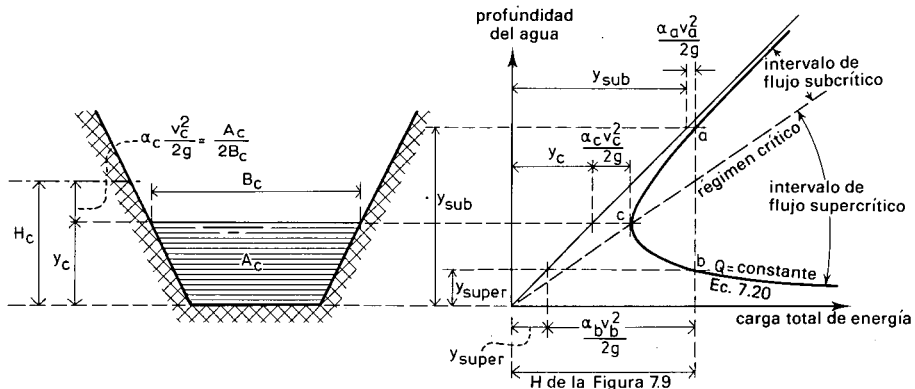


Figura 7.10 Curva de energía para un caudal constante.

en la cual, según la Ecuación 7.21,

$$H_1 - y_c = \frac{\alpha_c A_c}{2B_c} \quad (7.23)$$

Combinando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$Q = \sqrt{\frac{g A_c^3}{\alpha_c B_c}} \quad (7.24)$$

Esta ecuación del gasto es válida para flujo crítico en todas las secciones de control, cualquiera que sea su forma. Se aplica fácilmente siempre que existan ecuaciones sencillas para determinar A_c y B_c .

La diferencia entre la carga total aguas arriba, H_1 , y la carga aguas abajo, H_2 , ambas referidas al resalto, puede expresarse en función de la razón de sumersión H_2/H_1 . Para valores bajos de esta fracción, el nivel del agua de cola (y de H_2) no influye en la relación entre H_1 y Q (Ecuación 7.22) y en este caso el flujo se llama modular. Para valores de H_2/H_1 altos, el régimen en la sección de control puede llegar a no ser crítico, de forma que el nivel aguas abajo efecte a la carga de entrada referida al resalto (y a H_1); en este caso el flujo no es modular. La razón de sumersión, para la que el flujo modular se transforma en régimen no-modular, se denomina límite modular. En el Apartado 7.5 se muestra un método para estimar el límite modular.

7.4.2 Ecuación de la altura de carga-gasto para una sección de control rectangular

En una sección de control rectangular, en la que el régimen es crítico (Figura 7.11), $A_c = b_c y_c$ y $b_c = B_c$, de forma que, para $\alpha_c = 1$, la Ecuación 7.23 puede expresarse de la forma siguiente:

$$y_c = \frac{2}{3} H_1 \quad (7.25)$$

Sustituyendo en la Ecuación 7.22 esta relación y $A_c = b_c y_c$, y simplificando, se obtiene:

$$Q = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} g \right)^{0.50} b_c H_1^{1.50} \quad (7.26)$$

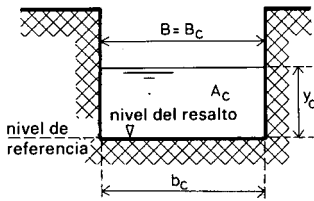


Figura 7.11 Dimensiones de una sección de control rectangular.

Esta ecuación se basa en una serie de condiciones ideales supuestas, como son: La ausencia de pérdidas de carga entre las secciones de aforo y de control, la distribución de velocidad uniforme en ambas secciones y que las líneas de corriente sean rectas y paralelas en las dos secciones mencionadas (ver la Figura 7.8). En realidad estas suposiciones no son totalmente correctas, por lo que deben compensarse introduciendo un coeficiente de gasto, C_d . La Ecuación 7.26 queda entonces:

$$Q = C_d \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} g\right)^{0.50} b_c H_1^{1.50} \quad (7.27)$$

Lógicamente, en un canal es imposible medir directamente la carga total, H_1 , por lo que, en la práctica, se relaciona el caudal con el nivel de aguas arriba referido al resalto (o sea, con la carga) de la forma siguiente:

$$Q = C_d C_v \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} g\right)^{0.50} b_c h_1^{1.50} \quad (7.28)$$

donde C_v es el coeficiente de velocidad de aproximación que corrige el error de despreciar la carga de velocidad en la sección de aforo $\alpha_1 v_1^2/2g$.

7.4.3 Valores del coeficiente de gasto, C_d

Según se ha explicado anteriormente, el coeficiente de gasto compensa fenómenos tales como las pérdidas de carga entre las secciones de aforo y de control y la falta de uniformidad de la distribución de la velocidad y de la curvatura de las líneas de corriente entre estas dos secciones. Estos fenómenos están íntimamente relacionados con el valor de la relación H_1/L . Si se comparan las Figuras 7.12A y B, en la primera la carga es pequeña en relación con la longitud, L , del resalto. La delgada lámina de agua sobre este resalto está muy próxima al límite rugoso y, en consecuencia, la energía perdida por rozamiento constituye una parte importante de H_1 .

En la Figura 7.12B la pérdida de energía por rozamiento es un pequeño porcentaje de H_1 . Para corregir esta diferencia relativa de pérdidas de carga, el valor de C_d del vertedero de la Figura 7.12A, que tiene una relación $H_1/L = 0,1$, debe ser menor que el de la Figura 7.12B, para el que H_1/L es 0,33.

La comparación de las Figuras 7.12B y C también da lugar a diferencias significativas en los valores de C_d . Ambos vertederos fluyen bajo la misma carga, h_1 , y tienen iguales valores para y_c . Sin embargo, debido a la diferencia en las relaciones H_1/L , la distribución de presión en la sección de control de la Figura 7.12B es la que se muestra en la Figura 7.4, mientras que la Figura 7.12C tiene una distribución de presión similar a la de la Figura 7.6, debido a la curvatura de las líneas de corriente. El vertedero en el que el flujo tiene una relación de $H_1/L = 1$ posee un valor de C_d

mucho mayor que el vertedero de la Figura 7.12B, en el que la relación $H_1/L = 0,33$, debido a la diferente distribución de la velocidad (ver la Figura 7.13).

Por lo tanto, los valores del coeficiente de gasto, C_d , están íntimamente relacionados con el valor de H_1/L , según se muestra en la Figura 7.14. El intervalo de aplicación es el que establece la desigualdad:

$$0,1 \leq \frac{H_1}{L} \leq 1,0 \quad (7.29)$$

Las razones más importantes para el establecimiento de estos límites son las siguientes: Para valores de $H_1/L < 0,1$, pequeños cambios en la rugosidad del resalto del vertedero causan una gran variación en el valor de C_d ; para valores de $H_1/L > 0,1$, la distribución de la presión en la sección de control y la pendiente de la transición de salida influyen en la curvatura de las líneas de corriente en el control. En las proximidades de ambos límites el error del valor empírico de C_d es $X_c \approx \pm 5\%$ (con un nivel de confianza del 95% según datos de laboratorio y de campo). Entre estos límites el error es ligeramente inferior y puede determinarse por la ecuación siguiente:

$$X_c = \pm (3 \left| \frac{H_1}{L} - 0,55 \right|^{1,5} + 4)\% \quad (7.30)$$

Además, las pérdidas de carga en el vertedero, que son necesarias para que exista una relación única entre h_1 (o H_1) y Q , aumentan considerablemente a medida que el valor de H_1/L aumenta. Esto es debido a que un nivel alto del agua en la salida

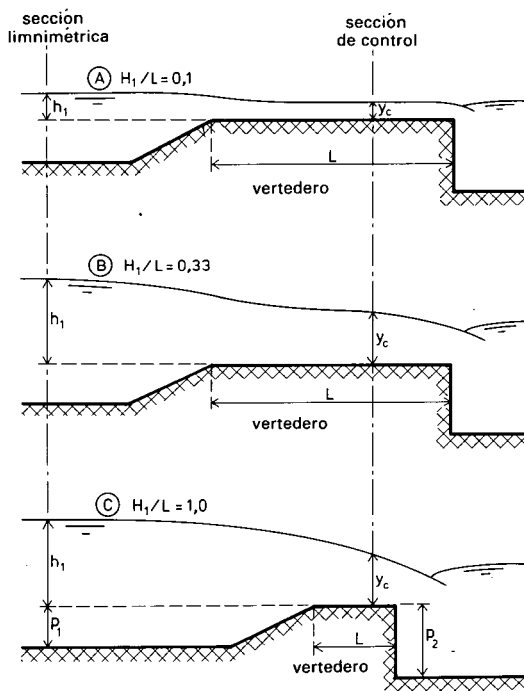


Figura 7.12 Perfiles longitudinales de la superficie del agua sobre las coronaciones de los vertederos.

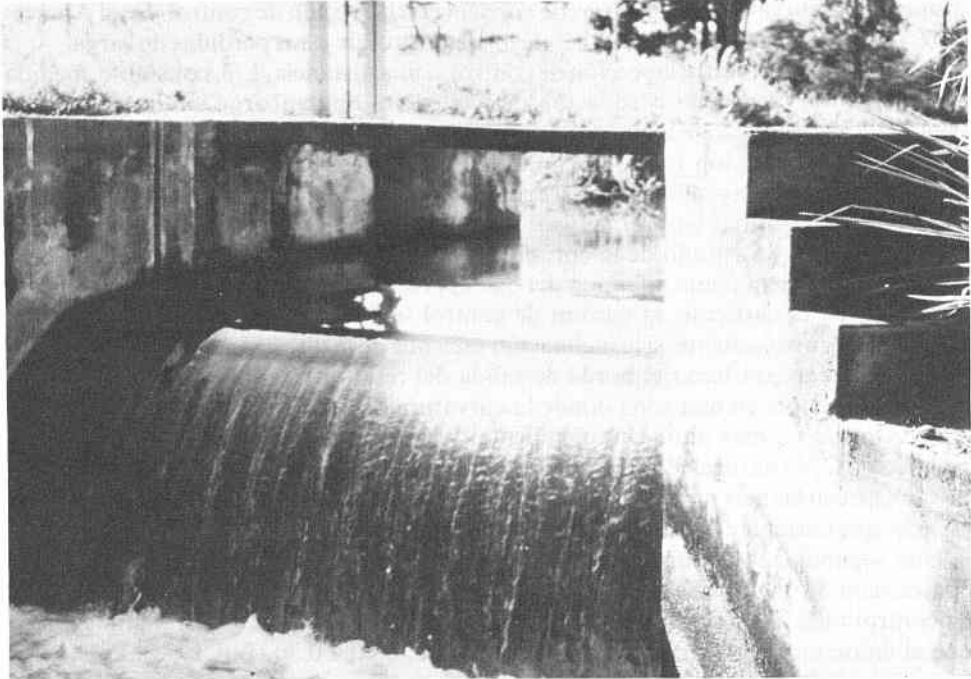


Figura 7.13 Perfil típico de la superficie del agua sobre un vertedero de resalto con un valor de $H_1/L \approx 0.3$ (Tanzania).

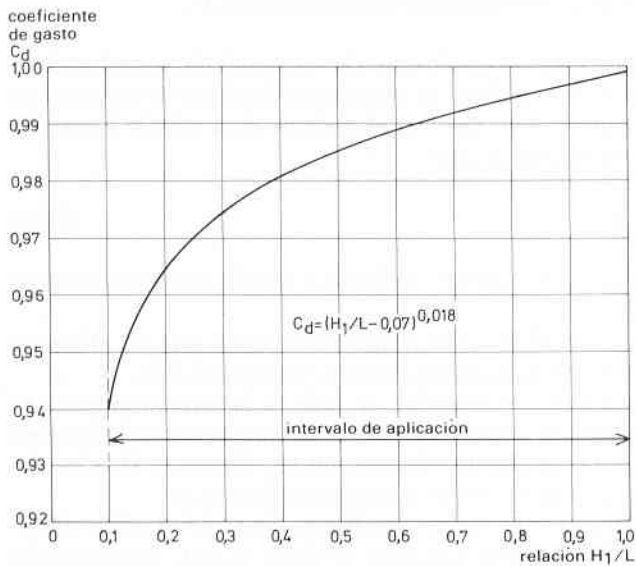


Figura 7.14 Valor de C_d en función de H_1/L .

disminuye la curvatura de las líneas de corriente en la sección de control. En el Apartado 7.5 pueden verse mayores detalles de los requisitos de estas pérdidas de carga.

La Figura 7.12 muestra la sección de control, a una distancia, $L/3$, constante, medida desde el borde final de la coronación del vertedero. Sin embargo, en la realidad, el régimen se hace crítico en un punto variable del resalto, de tal manera que, para valores pequeños de la relación H_1/L , este punto se sitúa más arriba que el señalado en la figura y, para valores grandes de H_1/L , se desplaza ligeramente aguas abajo del mismo. Si la cara superior del umbral del vertedero o la solera de la garganta del aforador están inclinadas en sentido de la corriente, el emplazamiento medio de la sección de control es completamente diferente del que aparece en la Figura 7.12; si la pendiente es a favor de la corriente, la sección de control se desplaza hacia el borde superior del resalto e, inversamente, si la inclinación asciende en la dirección del flujo, la sección de control avanzará hacia el borde de salida del resalto. En ambos casos la sección de control se sitúa en una zona donde la curvatura de las líneas de corriente da lugar a un valor de C_d más alto. Una pendiente de 2 grados puede dar lugar a un error positivo de C_d de hasta el 5% (Bos, 1978). Dado que resulta difícil corregir las pendientes (en especial las más pronunciadas), se recomienda nivelar la coronación o la garganta antes que corregir el valor de C_d para dichas pendientes.

Una segunda razón importante para nivelar la coronación de un vertedero o la contracción de un aforador es que la curvatura de las líneas de corriente en la sección de control influye en el límite modular. Una pendiente ascendente de 2 grados hace que el límite modular baje de, aproximadamente, 0,70 a 0,30 (Bos 1978). Por tanto, para poder funcionar en el intervalo de régimen modular, el vertedero exige unas pérdidas de carga significativamente mayores, de las que, a veces, no se dispone en el emplazamiento elegido.

7.4.4 Valores del coeficiente de velocidad de aproximación, C_v

Según se explicó en el Apartado 7.4.2, el coeficiente de velocidad de aproximación, C_v , compensa el error de utilizar h_1 en vez de H_1 en la ecuación de altura de carga-gasto y el de despreciar $\alpha_1 v_1^2/2g$. El valor exacto de C_v es el cociente de dividir la Ecuación 7.27 entre la 7.28 y, generalmente, se expresa por:

$$C_v = \left(\frac{H_1}{h_1} \right)^u = \left(1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2gh_1} \right)^u \quad (7.31)$$

en donde u es el exponente de h_1 en la ecuación del gasto, siendo, para una sección de control rectangular, $u = 1,50$.

El exponente, u , de h_1 determina también el intervalo de caudales que un aforador puede medir (Apartado 1.2.3) y la sensibilidad del mismo (Apartado 1.2.4).

Si la velocidad de aproximación, v_1 , es pequeña, es decir, si la sección mojada en la estación limnimétrica, A_1 , es grande comparada con la sección de control, la carga debida a la velocidad, $\alpha_1 v_1^2/2g$, es pequeña en relación con H_1 . Entonces H_1 y h_1 son casi idénticos, en cuyo caso el valor de C_v es ligeramente superior a 1,0.

Es conveniente relacionar C_v con el cociente de superficies, $\sqrt{\alpha_1 C_d A^*}/A_1$ (Bos 1978), debido a que la descarga depende fundamentalmente del área mojada en la sección de control (Ecuación 7.24) y de la velocidad de aproximación de la sección mojada

en la estación limnimétrica. En la relación de superficies anterior el valor de A^* es igual a la sección mojada imaginaria en la sección de control, si la profundidad de la lámina de agua fuese igual a h_1 (ver la Figura 7.15).

En el ejemplo de la Figura 7.15, donde la sección de control es rectangular,

$$A^* = b_c h_1 \tag{7.32}$$

y para el canal de aproximación trapezoidal,

$$A_1 = b_1 y_1 + z_1 y_1^2 \tag{7.33}$$

En la Figura 7.16 se muestran los valores de C_v , en función de la fracción $\sqrt{\alpha_1} C_d A^*/A_1$, para varias formas de la sección de control. El valor de C_v es, aproximadamente, el mismo para todas las formas de la sección de control, debido a la utilización de A^* en la relación de superficies (Figura 7.16).

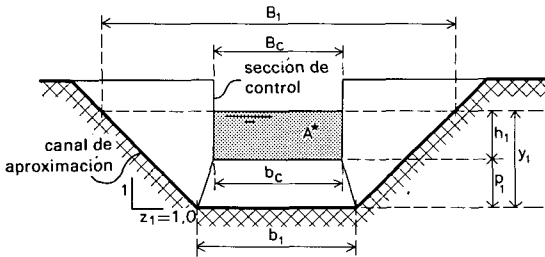


Figura 7.15 Sección transversal por encima de la estación limnimétrica y vista de la sección de control.

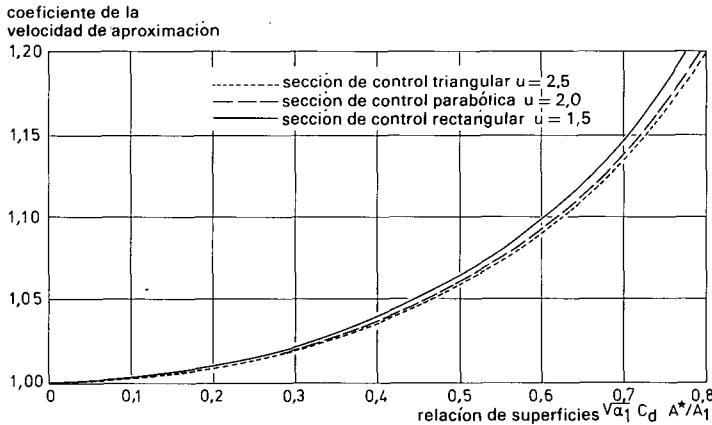


Figura 7.16 Valores de C_v , en función de la relación $\sqrt{\alpha_1} C_d A^*/A_1$.

7.4.5 Ecuaciones de carga-caudal para otras formas de la sección de control

Bos (1977a, 1978) ha deducido las ecuaciones de carga-gasto para otras formas de la sección de control de uso más frecuente, siguiendo el mismo procedimiento que el utilizado para deducir la Ecuación 7.26 y haciendo las mismas suposiciones que en las que se basan los coeficientes C_d y C_v de la Ecuación 7.28. Los resultados, que han sido comprobados por estudios de laboratorio (Figura 7.17), se exponen en la Figura 7.18. Se incluyen las Tablas 7.1 y 7.2 para calcular la profundidad crítica, y_c , para secciones de control trapezoidales y circulares respectivamente. Las Tablas 7.2 y 7.3 suministran valores útiles para el cálculo de las relaciones carga-gasto, para secciones de control circulares y para otras, también circulares, pero con resalto en la solera (Clemmens, Bos, Replogle, 1984).

7.4.6 Ejemplos de cálculo del caudal

Ejemplo 1

Datos: Un aforador trapezoidal, con $b_c = 0,20$ m, $z_c = 1,0$, $p_1 = 0,15$ m y $L = 0,60$ m, se coloca en un canal revestido, con $b_1 = 0,50$ m y $z_1 = 1,0$.
Se pide: ¿Cuál es el caudal, Q , que fluye a través de este aforador si $H_1 = 0,240$ m?
¿Qué carga referida al resalto, h_1 , corresponde a este valor de H_1 ?

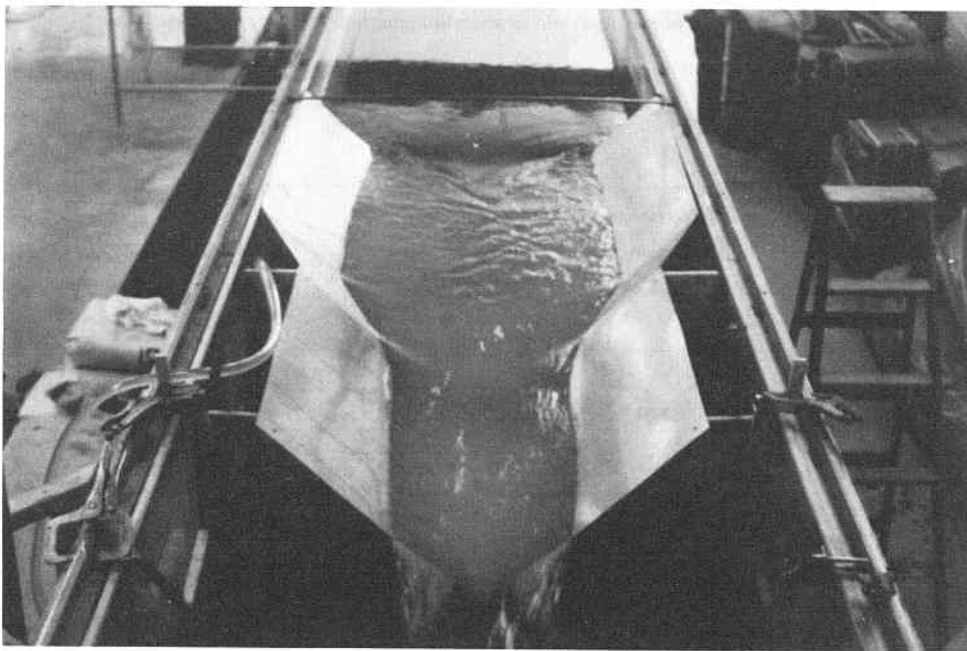


Figura 7.17 Estudio de las relaciones de altura de carga-gasto.

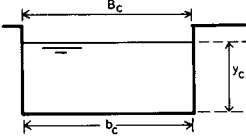
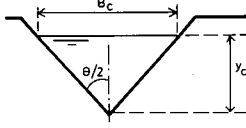
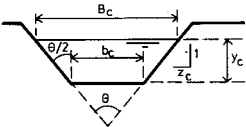
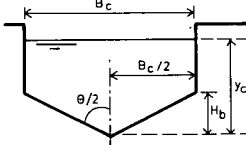
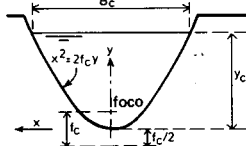
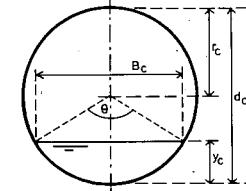
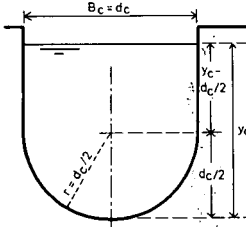
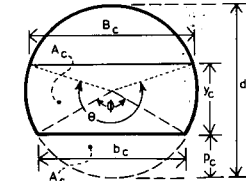
FORMA DE LA SECCION DE CONTROL	ECUACION DE CARGA - CAUDAL A UTILIZAR	FORMA DE HALLAR EL VALOR DE y_c
	$Q = C_d C_v \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} g\right)^{1/2} b_c h_1^{3/2}$	$y_c = \frac{2}{3} H_1$
	$Q = C_d C_v \frac{16}{25} \left(\frac{2}{3} g\right)^{1/2} \tan \frac{\theta}{2} h_1^{5/2}$	$y_c = \frac{4}{5} H_1$
	$Q = C_d [b_c y_c + z_c y_c^2] [2g(H_1 - y_c)]^{1/2}$	usar la Tabla 7.1
	si $H_1 \leq 1,25 H_b$ $Q = C_d C_v \frac{16}{25} \left(\frac{2}{3} g\right)^{1/2} \tan \frac{\theta}{2} h_1^{5/2}$ si $H_1 > 1,25 H_b$ $Q = C_d C_v \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} g\right)^{1/2} B_c \left(h_1 - \frac{1}{2} H_b\right)^{3/2}$	$y_c = \frac{4}{5} H_1$ $y_c = \frac{2}{3} H_1 + \frac{1}{6} H_b$
	$Q = C_d C_v \left(\frac{3}{4} f_c g\right)^{1/2} h_1^2$	$y_c = \frac{3}{4} H_1$
	$Q = C_d d_c^{5/2} \sqrt{g} [f(\theta)]$ usar la Tabla 7.2 para hallar $f(\theta)$	usar la Tabla 7.2
	si $H_1 \leq 0,70 d_c$ $Q = C_d d_c^{5/2} \sqrt{g} [f(\theta)]$ usar la Tabla 7.2 para hallar $f(\theta)$ si $H_1 \geq 0,70 d_c$ $Q = C_d C_v 2 d_c (2g)^{1/2} \left[\frac{1}{3} h_1 - 0,0358 d_c\right]^{3/2}$	usar la Tabla 7.2 $y_c = \frac{1}{2} H_1 + 0,152 d_c$
	$Q = C_d d_c^{5/2} \sqrt{g} [f(\phi, \theta)]$ usar la Tabla 7.3 para hallar $f(\phi, \theta)$	y_c es variable

Figura 7.18 Relaciones de altura de carga-caudal para aforadores con estrechamiento largo (según Bos, 1977a; Clemmens, Bos y Replogle, 1984).

Tabla 7.1 Valores de la relación y_c/H_1 en función de z_c y de H_1/b_c , para secciones de control trapezoidales

Taludes de los cajeros, relación horizontal: vertical (z_c)										
H_1/b_c	Vertical	0,25:1	0,50:1	0,75:1	1:1	1,5:1	2:1	2,5:1	3:1	4:1
0,00	0,660	0,667	0,667	0,667	0,667	0,667	0,667	0,667	0,667	0,667
0,01	0,660	0,667	0,667	0,668	0,668	0,669	0,670	0,670	0,671	0,672
0,02	0,667	0,667	0,668	0,669	0,670	0,671	0,672	0,674	0,675	0,678
0,03	0,667	0,668	0,669	0,670	0,671	0,673	0,675	0,677	0,679	0,683
0,04	0,667	0,668	0,670	0,671	0,672	0,675	0,677	0,680	0,683	0,687
0,05	0,667	0,668	0,670	0,672	0,674	0,677	0,680	0,683	0,686	0,692
0,06	0,667	0,669	0,671	0,673	0,675	0,679	0,683	0,686	0,690	0,696
0,07	0,667	0,669	0,672	0,674	0,676	0,681	0,685	0,689	0,693	0,699
0,08	0,667	0,670	0,672	0,675	0,678	0,683	0,687	0,692	0,696	0,703
0,09	0,667	0,670	0,673	0,676	0,679	0,684	0,690	0,695	0,698	0,706
0,10	0,667	0,670	0,674	0,677	0,680	0,686	0,692	0,697	0,701	0,709
0,12	0,667	0,671	0,675	0,679	0,684	0,690	0,692	0,701	0,706	0,715
0,14	0,667	0,672	0,676	0,681	0,686	0,693	0,699	0,705	0,711	0,720
0,16	0,667	0,672	0,678	0,683	0,678	0,696	0,703	0,709	0,715	0,725
0,18	0,667	0,673	0,679	0,684	0,690	0,698	0,706	0,713	0,719	0,729
0,20	0,667	0,674	0,680	0,686	0,692	0,701	0,709	0,717	0,723	0,733
0,22	0,667	0,674	0,681	0,688	0,694	0,704	0,712	0,720	0,726	0,736
0,24	0,667	0,675	0,683	0,689	0,696	0,706	0,715	0,723	0,729	0,739
0,26	0,667	0,676	0,684	0,691	0,698	0,709	0,718	0,725	0,732	0,742
0,28	0,667	0,676	0,685	0,693	0,699	0,711	0,720	0,728	0,734	0,744
0,30	0,667	0,677	0,686	0,694	0,701	0,713	0,723	0,730	0,737	0,747
0,32	0,667	0,678	0,687	0,696	0,703	0,715	0,725	0,733	0,739	0,749
0,34	0,667	0,678	0,689	0,697	0,705	0,717	0,727	0,735	0,741	0,751
0,36	0,667	0,679	0,690	0,699	0,706	0,719	0,729	0,737	0,743	0,752
0,38	0,667	0,680	0,691	0,700	0,708	0,721	0,731	0,738	0,745	0,754
0,40	0,667	0,680	0,692	0,701	0,709	0,723	0,733	0,740	0,747	0,756
0,42	0,667	0,681	0,693	0,703	0,711	0,725	0,734	0,742	0,748	0,757
0,44	0,667	0,681	0,694	0,704	0,712	0,727	0,736	0,744	0,750	0,759
0,46	0,667	0,682	0,695	0,705	0,714	0,728	0,737	0,745	0,751	0,760
0,48	0,667	0,683	0,696	0,706	0,715	0,729	0,739	0,747	0,752	0,761
0,5	0,667	0,683	0,697	0,708	0,717	0,730	0,740	0,748	0,754	0,762
0,6	0,667	0,686	0,701	0,713	0,723	0,737	0,747	0,754	0,759	0,767
0,7	0,667	0,688	0,706	0,718	0,728	0,742	0,752	0,758	0,764	0,771
0,8	0,667	0,692	0,709	0,723	0,732	0,746	0,756	0,762	0,767	0,774
0,9	0,667	0,694	0,713	0,727	0,737	0,750	0,759	0,766	0,770	0,776
1,0	0,667	0,697	0,717	0,730	0,740	0,754	0,762	0,768	0,773	0,778
1,2	0,667	0,701	0,723	0,737	0,747	0,759	0,767	0,772	0,776	0,782
1,4	0,667	0,706	0,729	0,742	0,752	0,764	0,771	0,776	0,779	0,784
1,6	0,667	0,709	0,733	0,747	0,756	0,767	0,774	0,778	0,781	0,786
1,8	0,667	0,713	0,737	0,750	0,759	0,770	0,776	0,781	0,783	0,787
2	0,667	0,717	0,740	0,754	0,762	0,773	0,778	0,782	0,785	0,788
3	0,667	0,730	0,753	0,766	0,773	0,781	0,785	0,787	0,790	0,792
4	0,667	0,740	0,762	0,773	0,778	0,785	0,788	0,790	0,792	0,794
5	0,667	0,748	0,768	0,777	0,782	0,788	0,791	0,792	0,794	0,795
10	0,667	0,768	0,782	0,788	0,791	0,794	0,795	0,796	0,797	0,798
=		0,800	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800

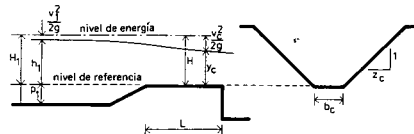


Tabla 7.2 Relaciones para la determinación del caudal, Q, de un vertedero de resalto y de un aforador de garganta larga con sección de control circular

$\frac{y_c}{d_c}$	$\frac{v_c^2}{2gd_c}$	$\frac{H_1}{d_c}$	$\frac{A_c}{d_c^2}$	$\frac{y_c}{H_1}$	$f(\theta)$	$\frac{y_c}{d_c}$	$\frac{v_c^2}{2gd_c}$	$\frac{H_1}{d_c}$	$\frac{A_c}{d_c^2}$	$\frac{y_c}{H_1}$	$f(\theta)$
0,01	0,0033	0,0133	0,0013	0,752	0,0001	0,51	0,2014	0,7114	0,4027	0,717	0,2556
0,02	0,0067	0,0267	0,0037	0,749	0,0004	0,52	0,2065	0,7265	0,4127	0,716	0,2652
0,03	0,0101	0,0401	0,0069	0,749	0,0010	0,53	0,2117	0,7417	0,4227	0,715	0,2750
0,04	0,0134	0,0534	0,0105	0,749	0,0017	0,54	0,2170	0,7570	0,4327	0,713	0,2851
0,05	0,0168	0,0668	0,0147	0,748	0,0027	0,55	0,2224	0,7724	0,4426	0,712	0,2952
0,06	0,0203	0,0803	0,0192	0,748	0,0039	0,56	0,2279	0,7879	0,4526	0,711	0,3056
0,07	0,0237	0,0937	0,0242	0,747	0,0053	0,57	0,2335	0,8035	0,4625	0,709	0,3161
0,08	0,0271	0,1071	0,0294	0,747	0,0068	0,58	0,2393	0,8193	0,4724	0,708	0,3268
0,09	0,0306	0,1206	0,0350	0,746	0,0087	0,59	0,2451	0,8351	0,4822	0,707	0,3376
0,10	0,0341	0,1341	0,0409	0,746	0,0107	0,60	0,2511	0,8511	0,4920	0,705	0,3487
0,11	0,0376	0,1476	0,0470	0,745	0,0129	0,61	0,2572	0,8672	0,5018	0,703	0,3599
0,12	0,0411	0,1611	0,0534	0,745	0,0153	0,62	0,2635	0,8835	0,5115	0,702	0,3713
0,13	0,0446	0,1746	0,0600	0,745	0,0179	0,63	0,2699	0,8999	0,5212	0,700	0,3829
0,14	0,0482	0,1882	0,0668	0,744	0,0214	0,64	0,2765	0,9165	0,5308	0,698	0,3947
0,15	0,0517	0,2017	0,0739	0,744	0,0238	0,65	0,2833	0,9333	0,5404	0,696	0,4068
0,16	0,0553	0,2153	0,0811	0,743	0,0270	0,66	0,2902	0,9502	0,5499	0,695	0,4189
0,17	0,0589	0,2289	0,0885	0,743	0,0304	0,67	0,2974	0,9674	0,5594	0,693	0,4314
0,18	0,0626	0,2426	0,0961	0,742	0,0340	0,68	0,3048	0,9848	0,5687	0,691	0,4440
0,19	0,0662	0,2562	0,1039	0,742	0,0378	0,69	0,3125	1,0025	0,5780	0,688	0,4569
0,20	0,0699	0,2699	0,1118	0,741	0,0418	0,70	0,3204	1,0204	0,5872	0,686	0,4701
0,21	0,0736	0,2836	0,1199	0,740	0,0460	0,71	0,3286	1,0386	0,5964	0,684	0,4835
0,22	0,0773	0,2973	0,1281	0,740	0,0504	0,72	0,3371	1,0571	0,6054	0,681	0,4971
0,23	0,0811	0,3111	0,1365	0,739	0,0550	0,73	0,3459	1,0759	0,6143	0,679	0,5109
0,24	0,0848	0,3248	0,1449	0,739	0,0597	0,74	0,3552	1,0952	0,6231	0,676	0,5252
0,25	0,0887	0,3387	0,1535	0,738	0,0647	0,75	0,3648	1,1148	0,6319	0,673	0,5397
0,26	0,0925	0,3525	0,1623	0,738	0,0698	0,76	0,3749	1,1349	0,6405	0,670	0,5546
0,27	0,0963	0,3663	0,1711	0,737	0,0751	0,77	0,3855	1,1555	0,6489	0,666	0,5698
0,28	0,1002	0,3802	0,1800	0,736	0,0806	0,78	0,3967	1,1767	0,6573	0,663	0,5855
0,29	0,1042	0,3942	0,1890	0,736	0,0863	0,79	0,4085	1,1985	0,6655	0,659	0,6015
0,30	0,1081	0,4081	0,1982	0,735	0,0922	0,80	0,4210	1,2210	0,6735	0,655	0,6180
0,31	0,1121	0,4221	0,2074	0,734	0,0982	0,81	0,4343	1,2443	0,6815	0,651	0,6351
0,32	0,1161	0,4361	0,2167	0,734	0,1044	0,82	0,4485	1,2685	0,6893	0,646	0,6528
0,33	0,1202	0,4502	0,2260	0,733	0,1108	0,83	0,4638	1,2938	0,6969	0,641	0,6712
0,34	0,1243	0,4643	0,2355	0,732	0,1174	0,84	0,4803	1,3203	0,7043	0,636	0,6903
0,35	0,1284	0,4784	0,2450	0,732	0,1249	0,85	0,4982	1,3482	0,7115	0,630	0,7102
0,36	0,1326	0,4926	0,2546	0,731	0,1311	0,86	0,5177	1,3777	0,7186	0,624	0,7312
0,37	0,1368	0,5068	0,2642	0,730	0,1382	0,87	0,5392	1,4092	0,7254	0,617	0,7533
0,38	0,1411	0,5211	0,2739	0,729	0,1455	0,88	0,5632	1,4432	0,7320	0,610	0,7769
0,39	0,1454	0,5354	0,2836	0,728	0,1529	0,89	0,5900	1,4800	0,7384	0,601	0,8021
0,40	0,1497	0,5497	0,2934	0,728	0,1605	0,90	0,6204	1,5204	0,7445	0,592	0,8293
0,41	0,1541	0,5641	0,3032	0,727	0,1683	0,91	0,6555	1,5655	0,7504	0,581	0,8592
0,42	0,1586	0,5786	0,3130	0,726	0,1763	0,92	0,6966	1,6166	0,7560	0,569	0,8923
0,43	0,1631	0,5931	0,3229	0,725	0,1844	0,93	0,7459	1,6759	0,7612	0,555	0,9297
0,44	0,1676	0,6076	0,3328	0,724	0,1927	0,94	0,8065	1,7465	0,7662	0,538	0,9731
0,45	0,1723	0,6223	0,3428	0,723	0,2012	0,95	0,8841	1,8341	0,7707	0,518	1,0248
0,46	0,1769	0,6369	0,3527	0,722	0,2098						
0,47	0,1817	0,6517	0,3627	0,721	0,0186						
0,48	0,1865	0,6665	0,3727	0,720	0,2276						
0,49	0,1914	0,6814	0,3827	0,719	0,2368						
0,50	0,1964	0,6964	0,3927	0,718	0,2461						

$$a f(\theta) = \left(\frac{A_c}{d_c^2}\right) \left\{ 2 \left(\frac{H_1}{d_c} - \frac{y_c}{d_c}\right) \right\}^{0,5}$$

$$= (\theta - \sin \theta)^{1,5} / [8(8 \sin \frac{1}{2} \theta)^{0,5}]$$

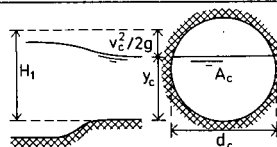
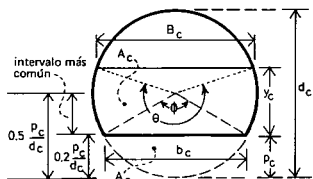


Tabla 7.3 Relaciones para determinar el caudal de un vertedero en pared gruesa en una tubería circular^a

$\frac{p_c + H_1}{d_c}$	$f(\phi, \theta) = \frac{(\theta - \phi + \sin\theta - \sin\phi)^{1,5}}{8(8\sin^2\theta)^{0,5}}$							
	$p_c/d_c = 0,15$	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40 0,45 0,50		
0,16	0,0004							
0,17	0,0011							
0,18	0,0021							
0,19	0,0032							
0,20	0,0045							
0,21	0,0060	0,0004						
0,22	0,0076	0,0012						
0,23	0,0094	0,0023						
0,24	0,0113	0,0036						
0,25	0,0133	0,0050						
0,26	0,0155	0,0066	0,0005					
0,27	0,0177	0,0084	0,0013					
0,28	0,0201	0,0103	0,0025					
0,29	0,0226	0,0124	0,0038					
0,30	0,0252	0,0145	0,0054					
0,31	0,0280	0,0169	0,0071	0,0005				
0,32	0,0308	0,0193	0,0090	0,0014				
0,33	0,0337	0,0219	0,0110	0,0026				
0,34	0,0368	0,0245	0,0132	0,0040				
0,35	0,0399	0,0273	0,0155	0,0057				
0,36	0,0432	0,0302	0,0179	0,0075	0,0005			
0,37	0,0465	0,0332	0,0205	0,0094	0,0015			
0,38	0,0500	0,0363	0,0232	0,0115	0,0027			
0,39	0,0535	0,0396	0,0260	0,0138	0,0042			
0,40	0,0571	0,0429	0,0289	0,0162	0,0059			
0,41	0,0609	0,0463	0,0320	0,0187	0,0077	0,0005		
0,42	0,0647	0,0498	0,0351	0,0214	0,0097	0,0015		
0,43	0,0686	0,0534	0,0383	0,0242	0,0119	0,0028		
0,44	0,0726	0,0571	0,0417	0,0271	0,0143	0,0043		
0,45	0,0767	0,0609	0,0451	0,0301	0,0167	0,0060		
0,46	0,0809	0,0648	0,0487	0,0332	0,0193	0,0079	0,0005	
0,47	0,0851	0,0688	0,0523	0,0365	0,0220	0,0100	0,0015	
0,48	0,0895	0,0729	0,0561	0,0398	0,0249	0,0122	0,0028	
0,49	0,0939	0,0770	0,0599	0,0432	0,0279	0,0145	0,0043	
0,50	0,0984	0,0813	0,0638	0,0468	0,0309	0,0170	0,0061	
0,51	0,1030	0,0856	0,0678	0,0504	0,0341	0,0197	0,0080	0,0005
0,52	0,1076	0,0900	0,0719	0,0541	0,0374	0,0224	0,0101	0,0015
0,53	0,1124	0,0945	0,0761	0,0579	0,0408	0,0253	0,0123	0,0028
0,54	0,1172	0,0990	0,0803	0,0618	0,0443	0,0283	0,0147	0,0044
0,55	0,1221	0,1037	0,0847	0,0658	0,0479	0,0314	0,0172	0,0061
0,56	0,1270	0,1084	0,0891	0,0699	0,0515	0,0346	0,0198	0,0080
0,57	0,1320	0,1132	0,0936	0,0741	0,0553	0,0379	0,0226	0,0101
0,58	0,1372	0,1180	0,0981	0,0783	0,0592	0,0413	0,0255	0,0123
0,59	0,1423	0,1230	0,1028	0,0826	0,0631	0,0448	0,0285	0,0147
0,60	0,1476	0,1280	0,1075	0,0870	0,0671	0,0484	0,0316	0,0172
0,62 ^b		0,1382	0,1172	0,0960	0,0754	0,0559	0,0381	0,0225
0,64		0,1486	0,1271	0,1053	0,0840	0,0637	0,0449	0,0283
0,66		0,1593	0,1373	0,1149	0,0929	0,0718	0,0522	0,0346
0,68		0,1703	0,1477	0,1247	0,1020	0,0802	0,0597	0,0412
0,70		0,1815	0,1584	0,1348	0,1114	0,0888	0,0676	0,0481
0,72		0,1929	0,1692	0,1451	0,1211	0,0978	0,0757	0,0554
0,74		0,2045	0,1804	0,1556	0,1310	0,1070	0,0841	0,0629
0,76		0,2163	0,1917	0,1663	0,1411	0,1164	0,0928	0,0707
0,78		0,2283	0,2031	0,1773	0,1514	0,1260	0,1016	0,0788
0,80		0,2405	0,2148	0,1884	0,1618	0,1358	0,1107	0,0870
0,82		0,2528	0,2267	0,1997	0,1725	0,1458	0,1200	0,0955
0,84		0,2653	0,2386	0,2111	0,1833	0,1559	0,1294	0,1042
0,86		0,2780	0,2508	0,2227	0,1943	0,1662	0,1390	0,1130
0,88		0,2907	0,2630	0,2344	0,2054	0,1767	0,1487	0,1220
0,90		0,3036	0,2754	0,2462	0,2166	0,1872	0,1586	0,1311
0,92		0,3166	0,2879	0,2581	0,2279	0,1979	0,1686	0,1404
0,94		0,3297	0,3005	0,2701	0,2394	0,2087		
0,96		0,3428	0,3131	0,2823	0,2509			
0,98		0,3561	0,3259	0,2944				
1,00		0,3694	0,3387					



^a $C_d = 1,0$; $\alpha_c = 1,0$; $H_1 = H_c$.
^b Cambio en el incremento.

Solución 1: La ecuación de altura de carga-gasto, que se muestra en la Figura 7.18, es la siguiente:

$$Q = C_d [b_c y_c + z_c y_c^2] [2g (H_1 - y_c)]^{1/2} \quad (7.34)$$

En la Tabla 7.1 se obtiene un valor de $y_c/H_1 = 0,747$, ya que $H_1/b_c = 0,24/0,20 = 1,20$ y $z_c = 1,0$. Por tanto, $y_c = 0,179$ m.

En la Figura 7.13 se determina un valor de $C_d = 0,980$ para $H_1/L = 0,24/0,60 = 0,40$. Sustituyendo estos resultados en la Ecuación 7.34, se obtiene

$$\begin{aligned} Q &= 0,980 (0,20 \times 0,179 + 1,0 \times 0,179^2) \sqrt{19,62(0,240 - 0,179)} \\ &= 0,980 (0,0742) = 0,073 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Solución 2: La carga aguas arriba, $h_1 = H_1 - \alpha_1 v_1^2/2g$, que habrá de medirse en la sección de aforo o de medida de las alturas de carga, si $Q = 0,073 \text{ m}^3/\text{s}$, puede estimarse aproximadamente suponiendo que $H_1 \approx h_1$ y calculando A_1 mediante la ecuación correspondiente a una sección trapezoidal,

$$A_1 = z_1 (p_1 + h_1)^2 + b_1 (p_1 + h_1) \quad (7.35)$$

Suponiendo que $h_1 = 0,240$ m, resulta que $A_1 = 0,347 \text{ m}^2$. Mediante la ecuación de continuidad, $v_1 = Q/A_1$, se obtiene que $v_1 \approx 0,073/0,347 = 0,210$ m/s. Restando de H_1 el valor $\alpha_1 v_1^2/2g$ se halla, como primera aproximación, que $h_1 = 0,238$ m. Esta primera aproximación de h_1 puede sustituirse en la Ecuación 7.35, para calcular un valor de v_1 más exacto, que, en este caso, es $v_1 = 0,212$ m/s. Sin embargo, en esta segunda aproximación se vuelve a obtener $h_1 = 0,238$ m. De este modo, el caudal es $Q = 0,073 \text{ m}^3/\text{s}$ en este aforador trapezoidal. Así pueden calcularse más puntos de la curva de gasto del aforador y de esta forma se obtienen las tablas de aforo.

Ejemplo 2

Datos: En el mismo canal del Ejemplo 1 se coloca un aforador con forma de U que tiene las características siguientes: $d_c = 0,30$ m, $p_1 = 0,15$ m y $L = 0,60$ m.

Se pide: ¿Cuál es el caudal que fluye a través de este aforador, si $h_1 = 0,238$ m?

Solución: En este ejemplo H_1 es mayor que $0,7d_c = 0,21$ m y la ecuación que se deduce de la Figura 7.18 es:

$$Q = C_d C_v 2d_c (2g)^{1/2} \left(\frac{1}{3} h_1 - 0,0358d_c\right)^{3/2} \quad (7.36)$$

Al igual que en el Ejemplo 1, la relación $H_1/L = 0,40$, por lo que $C_d = 0,980$. El valor de C_v puede hallarse de la Figura 7.16, utilizando la curva correspondiente a $u = 1,50$. Esto es así debido a que la profundidad del agua en la sección de control será mayor que $d_c/2$, siempre que $H_1 \geq 0,7d_c$. La relación de superficies para $h_1 = 0,238$ m es igual a:

$$\begin{aligned} \sqrt{\alpha_1} \frac{C_d A^*}{A_1} &= \sqrt{1,04} \times 0,984 \frac{\frac{1}{8}\pi(0,30^2) + 0,30(0,238 - 0,15)}{0,345} \\ &= 0,180 \end{aligned}$$